



A obtenção de meios quasi-equivalentes

João dos Santos Protázio FAEST/ICEN/UFPa

Rubervaldo Monteiro Pereira FAMAT/CUTINS/UFPa e CPGF/UFPa

Copyright 2015, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 3-6, 2015.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

In this work, it presents an amplitude behavior study of the reflection of a wave P, incident in a media isotropic, that we superimpose to a media anisotropic, with propagation in its symmetry plane. It is developed an analysis for the media quasi-equivalent obtainment for this kind of experiment. This means that the media anisotropic can be substituted by other media isotropic, without significant changes in the waves amplitudes P reflected, inside the measures accuracy, at least in propagation pre-critic.

Introdução

Neste trabalho, é apresentado um estudo do comportamento da amplitude da reflexão de uma onda P, incidente em um meio isotrópico, que se sobrepõe a um meio anisotrópico, com propagação em seu plano de simetria. É desenvolvida uma análise para a obtenção de meios quasi-equivalentes para este tipo de experimento. Isto significa que o meio anisotrópico pode ser substituído por outro meio isotrópico, sem mudanças significativas nas amplitudes das ondas P refletidas, dentro da precisão das medidas, pelo menos em propagação pré-critica. A obtenção exata de tais meios para o caso da reflexão de ondas SH, considerando-se meios anisotrópicos mais gerais onde este tipo de propagação é possível, foi feita por Schoenberg & Costa (1991). Uma extensão para o caso acoplado qP-qSV foi desenvolvido por Protázio & Schoenberg (1991) considerando-se meios no máximo ortorrômbicos e com propagação em seu plano de simetria. Meios quase-equivalentes foram obtidos através de ajustes sobre os coeficientes de reflexão da onda P, via um critério de mínimos quadrados. É observado, nos casos estudados, um ajuste praticamente exato dentro dos limites de precisão das medidas, mesmo considerando-se grandes aberturas angulares e meios com forte anisotropia. Do ponto de vista cinemático, estudos anteriores mostram a existência de tais meios equivalentes. A insensibilidade de certos atributos como tempo de trânsito e NMO, por exemplo, à presença de anisotropia, considerando-se experimentos de pequena abertura angular, foi analisada por Banik (1987).

No presente estudo é, então, investigada a precisão dos ajustes que determinam os meios quasi-equivalentes, dentro dos limites dos meios ortorrômbicos geologicamente plausíveis, em seus planos de simetria.

É ressaltada a importância do parâmetro elástico c_{13} na análise destes resultados. Este parâmetro tem grande influência no grau de anelipticidade da curva de vagariedade da onda qP e sua combinação com outros parâmetros determina a convexidade ou não da curva de vagariedade da onda qSV bem como o comportamento das polarização das ondas. Se $c_{13} + c_{55} < 0$, por exemplo, ocorre o que se chama de polarização anômala (Helbig & Schoenberg, 1987).

Na primeira seção, as curvas de vagariedade das ondas qP e qSV são apresentadas em termos dos parâmetros $C, \varepsilon_A, \varepsilon_P,$ e γ , descritos em Schoenberg (1993). A seguir, são feitas interpretações geométricas sobre estas curvas em termos destes parâmetros, no sentido de caracterizar a sua convexidade. Na segunda seção, é, então, formalizado o problema de mínimos quadrados para a obtenção dos chamados meios quasi-equivalentes. Primeiro, é estudado o efeito da variação do parâmetro ε_A nos ajustes obtidos. Segundo, o comportamento da velocidade equivalente é também analisado bem como o efeito da variação do meio incidente superior. Finalmente, na terceira seção, resultados numéricos são, então, apresentados. Observa-se que, mesmo para meios com forte anisotropia, os meios quasi-equivalentes obtidos ajustam os coeficientes de reflexão muito bem. E verificada a ocorrência de um meio anisotrópico com ajuste praticamente perfeito, que, em geral, se mostra bastante distinto de um meio elíptico.

Método

Parâmetros de Schoenberg e as curvas de vagariedade

Nesta seção, as chamadas curvas de vagariedade são apresentadas e, então, reparametrizadas pelos chamados parâmetros de Schoenberg. Interpretações geométricas destes parâmetros são discutidas no sentido de melhor se entender o comportamento da propagação de ondas em meios ortorrômbicos através de seus planos de simetria. Para a obtenção destas curvas, é considerada uma onda com polarização unitária $(\sin \phi, \cos \phi)^t$ sendo ϕ , a direção de polarização e t , a operação de transposição de um vetor. Tomando θ como o ângulo de fase, que especifica a direção do vetor de vagariedade $(s_1, s_3)^t$ suas componentes são obtidas por:

$$s_1(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{v(\theta)} \text{ e } s_3(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{v(\theta)}, \quad (1)$$

sendo $v(\theta)$ a velocidade de fase da onda considerada.

A substituição de (1) nas equações de Christoffel (2) em termos das componentes dos vetores de vagariedade s_1 e s_3 e dos autovetores correspondentes \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_3

$$\begin{bmatrix} c_{11}s_1^2 + c_{55}s_3^2 - \rho & (c_{13} + c_{55})s_1s_3 \\ (c_{13} + c_{55})s_1s_3 & c_{55}s_1^2 + c_{33}s_3^2 - \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

nos leva ao sistema

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\phi) \\ \cos(\phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

sendo, $a = c_{11}\sin^2(\theta) + c_{55}\cos^2(\theta) - \rho v^2(\theta)$,

$b = (c_{13} + c_{55})\sin(\theta)\cos(\theta)$ e $c = (c_{13} + c_{55})\sin(\theta)\cos(\theta)$. A equação (3) apresenta duas soluções $v_{qP}(\theta)$ e $v_{qSV}(\theta)$, com $v_{qP}(\theta) \leq v_{qSV}(\theta)$, onde $v_{qP}(\theta)$ corresponde à chamada velocidade de fase da onda qP e $v_{qSV}(\theta)$, à velocidade de fase da onda qSV. As curvas de vagarosidade correspondentes a cada tipo de onda são definidas, em coordenadas polares, por:

$$s_{qP}(\theta) = \frac{1}{v_{qP}(\theta)} \text{ e } s_{qSV}(\theta) = \frac{1}{v_{qSV}(\theta)}, \quad (4)$$

Estas equações descrevem todo o comportamento da propagação das ondas qP e qSV. Para melhor entender o comportamento destas curvas, Schoenberg (1993) definiu alguns parâmetros anisotrópicos que permitem simplificar as expressões em (4) e dar uma melhor interpretação física e geométrica à propagação das ondas qP e qSV. Estes parâmetros são definidos por:

$$\begin{aligned} C &\equiv \frac{(c_{11} + c_{33})}{2}, \\ \gamma &\equiv \frac{c_{55}}{C}, \\ \varepsilon_P &\equiv \frac{(c_{11} - c_{33})}{2C}, \\ \varepsilon_P &\equiv \frac{E^2}{(c_{11} - c_{55})(c_{33} - c_{55})}, \end{aligned} \quad (5)$$

onde $E^2 = (c_{11} - c_{55})(c_{33} - c_{55}) - (c_{13} + c_{55})^2$ é o parâmetro anisotrópico definido em (Protázio, 1994). O parâmetro C tem a mesma dimensão dos parâmetros elásticos, enquanto os outros parâmetros são adimensionais. As seguintes limitações físicas são obtidas para os parâmetros ε_P e ε_A :

$$|\varepsilon_P| < 1 \text{ e } -2\gamma \frac{1 + \sqrt{1 - \varepsilon_P^2}}{(1 - \gamma)^2 - \varepsilon_P^2} < \varepsilon_P < 1. \quad (6)$$

Em termos destes novos parâmetros, as velocidades v_{qP} e v_{qSV} são então determinadas por:

$$\begin{aligned} v_{qP}^2(\theta) &= \frac{C}{2} \left\{ (1 + \gamma - \varepsilon_P \cos 2\theta) + \sqrt{(1 - \gamma - \varepsilon_P \cos 2\theta)^2 - [\varepsilon_P^2 - (1 - \gamma)^2] \varepsilon_A \sin^2 2\theta} \right\} \text{ e} \\ v_{qSV}^2(\theta) &= \frac{C}{2} \left\{ (1 + \gamma - \varepsilon_P \cos 2\theta) - \sqrt{(1 - \gamma - \varepsilon_P \cos 2\theta)^2 - [\varepsilon_P^2 - (1 - \gamma)^2] \varepsilon_A \sin^2 2\theta} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Como se observa em (7) o parâmetro C é apenas um fator de escala, não interferindo na forma das curvas de vagarosidade. O parâmetro ε_A é o único a carregar a dependência do parâmetro c_{13} . Nos eixos s_1 e s_3

($\theta = 90^\circ$ e $\theta = 0^\circ$, respectivamente) as velocidades v_{qP} e v_{qSV} independem de ε_A , devendo sua interpretação ser feita nas direções fora destes eixos. Nestas direções, verifica-se de (7), que para $\varepsilon_A = 0$, a curva de vagarosidade da onda qSV é um círculo, enquanto que a da onda qP é uma elipse. Tais meios são conhecidos como elípticos. Observe que neste caso, o parâmetro ε_P controla a elipticidade da curva de vagarosidade da onda qP. Para $\varepsilon_A > 0$, (7) nos diz que $v_{qP}(\theta)$ diminui em relação ao seu valor em $\varepsilon_A = 0$, enquanto $v_{qSV}(\theta)$ aumenta. Para $\varepsilon_A < 0$, ocorre exatamente o contrário. Este tipo de efeito nos leva a concluir que ε_A controla não apenas a anelipticidade da onda qP, mas também a convexidade da onda qSV. Para um meio TI equivalente a finas estratificações isotrópicas em limite quasi-estático, o parâmetro ε_A é positivo (Schoenberg, 1993), enquanto para um meio TI equivalente à modelo isotrópico com fraturas paralelas, o sinal de ε_A é o mesmo de $Z_T - Z_N$, onde Z_T é a compliância tangencial e Z_N , a compliância normal (Schoenberg & Muir, 1989). A Figura 1 nos mostra o comportamento das curvas de vagarosidade das ondas qP e qSV. Em vista da simetria destas curvas, sua apresentação foi feita apenas no primeiro quadrante. Foram fixados os parâmetros $C = 15 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\varepsilon_P = 0,3$ e $\gamma = 0,25$. As curvas em linhas contínuas correspondem a $\varepsilon_A = 0$, as em linhas pontilhadas a $\varepsilon_A = -0,5$ e as em linhas tracejadas a $\varepsilon_A = 0,5$.

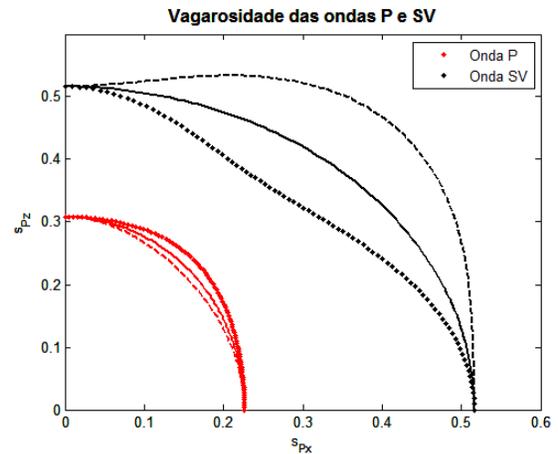


Figura 1 Curvas de vagarosidade para um meio TI com $C = 15 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\varepsilon_P = 0,3$ e $\gamma = 0,25$ e $\varepsilon_A = -0,5$ (curva tracejada), $\varepsilon_A = 0$ (curva contínua) e $\varepsilon_A = 0,5$ (curva pontilhada).

Meios refletivos isotrópicos quase-equivalentes

A obtenção de meios isotrópicos que substituam meios anisotrópicos sem alterar as amplitudes da reflexão foi resolvida de forma exata por Schoenberg & Costa (1991) para o caso da reflexão de ondas SH em meios monoclinicos em seu plano de simetria. Isto mostra que

experimentos envolvendo a reflexão de ondas SH são insensíveis à presença de alguns tipos de anisotropia, como por exemplo, o caso monoclinico.

A extensão deste problema para o caso acoplado qP-qSV foi investigada numericamente por Protázio & Schoenberg (1991). Para isto, foram considerados dois meios separados por uma interface horizontal, um isotrópico denominado M_{ISO} com densidade ρ e velocidades α e β e outro, anisotrópico, denominado M_{ANI} com densidade $\bar{\rho}$ e parâmetros elásticos c_{11}, c_{13}, c_{33} e c_{55} . Supondo uma onda P incidindo no meio M_{ISO} e R_{PP} o seu coeficiente de reflexão, o problema é obter outro meio isotrópico, que denotaremos por M_{EQ} , com densidade ρ_{eq} , e velocidades α_{eq} e β_{eq} de tal maneira que substituindo M_{ANI} por M_{EQ} , o novo coeficiente de reflexão R_{PPeq} seja o mesmo que R_{PP} , para incidência pré-critica. Admitindo-se a igualdade dos dois coeficientes na incidência normal e também dos dois primeiros ângulos críticos, foram obtidas soluções explícitas para ρ_{eq} e α_{eq} independentes do meio incidente M_{ISO} . Estas soluções são dadas por:

$$\alpha_{eq} = \sqrt{\frac{c_{11}}{\bar{\rho}}} \text{ e } \rho_{eq} = \bar{\rho} \sqrt{\frac{c_{33}}{c_{11}}} \quad (8)$$

A solução para β_{eq} não foi obtida de forma exata mas através do problema de minimização. Ele corresponde à velocidade β que minimiza o funcional

$$\int_0^{\theta_c} |R_{PP}(\theta) - R_{PPeq}(\theta, \beta)|^2 d\theta \quad (9)$$

onde θ_c é o primeiro ângulo crítico relacionado à reflexão da onda P. Uma ilustração do problema é apresentada na Figura 2. Para M_{ISO} e M_{ANI} fixos, foi obtido um meio M_{EQ} , chamado quasi-equivalente, que ajusta muito bem os coeficientes de reflexão, mesmo considerando-se experimentos com amplos ângulos de incidência ou meios com forte anisotropia.

Foi obtida também solução para o problema de achar a velocidade β que minimiza o funcional

$$\int_0^{\theta_c} |R_{PP}(\theta) - R_{PPeq}(\theta, \beta)| d\theta \quad (10)$$

mas o resultado pouco diferiu do anterior, não sendo, portanto, aqui considerado.

Neste trabalho são investigadas algumas propriedades destes meios quasi-equivalentes. Primeiramente, é estudado o efeito da variação do parâmetro ε_A e, portanto, de c_{13} , na qualidade dos ajustes encontrados na obtenção destes meios. Para isto, são fixados os parâmetros C, γ e ε_P geologicamente significativos e variando o parâmetro ε_A . O comportamento do desvio padrão do ajuste e da velocidade β_{eq} dos meios quasi-equivalentes são, então, analisados. Posteriormente, é feita também uma análise do efeito da variação do meio incidente M_{ISO} . Para isto, é fixado um meio anisotrópico

M_{ANI} e vários meios quasi-equivalentes M_{EQ} são obtidos, tomando-se diferentes meios incidentes M_{ISO} .

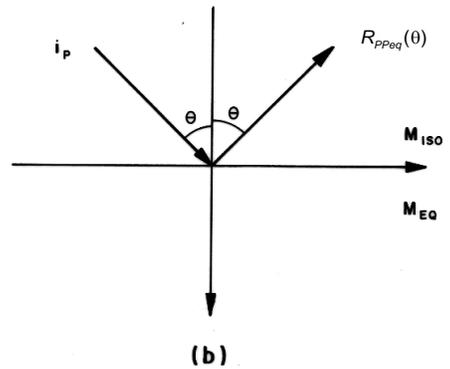
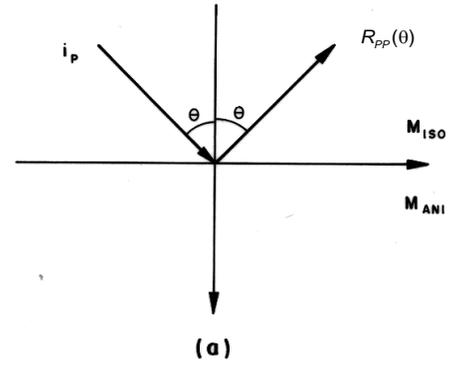


Figura 2 Ilustração do problema da obtenção de meio quasi-equivalente para o caso acoplado qP-qSV. (a) ilustra a obtenção do coeficiente $R_{PP}(\theta)$ e (b) a do coeficiente $R_{PPeq}(\theta)$.

Exemplos e Resultados

Experimentos numéricos e análise dos resultados

Inicialmente, é apresentado um exemplo bastante significativo que mostra a obtenção do meio isotrópico quasi-equivalente. O meio M_{ISO} foi escolhido tomando-se $\rho = 1g/cm^3$, $\alpha = 1,7321km/s$, $\beta = 1km/s$. O meio M_{ANI} foi escolhido tomando-se $\bar{\rho} = 1g/cm^3$, $c_{11} = 9,6 \times 10^{10} N/m^2$, $c_{13} = 3,5846 \times 10^{10} N/m^2$, $c_{33} = 6,4 \times 10^{10} N/m^2$ e $c_{55} = 1,6 \times 10^{10} N/m^2$. Em termos dos parâmetros de Schoenberg, temos $C = 8 \times 10^{10} N/m^2$, $\gamma = 0,2$, $\varepsilon_P = 0,2$ e $\varepsilon_A = 0,3$, que determinam uma forte anisotropia. O meio M_{EQ} obtido é definido por $\rho_{eq} = 0,8165g/cm^3$, $\alpha_{eq} = 3,0984km/s$ e $\beta_{eq} = 1,5234km/s$. O desvio padrão deste experimento é 0,0019. A Figura 3 mostra as curvas de vagarosidade dos meios M_{ISO} e M_{ANI} correspondente a este experimento enquanto que na Figura 4, são apresentados os gráficos da parte real dos coeficientes R_{PP} e R_{PPeq} . Observa-se um ajuste praticamente perfeito entre os dois coeficientes, mesmo para grandes aberturas, incluídas, aí, incidências pós crítica.

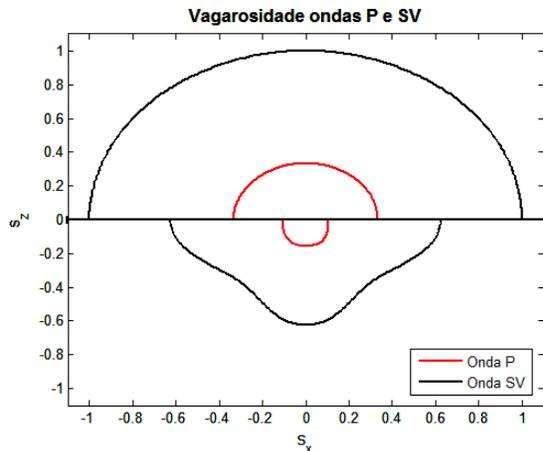


Figura 3 Curvas de vagarosidade do meio isotrópico com parâmetros: $\rho = 1g/cm^3$, $\alpha = 1,7321km/s$, $\beta = 1km/s$ que sobrepõe um meio TI com $c_{11} = 9,6 \times 10^{10} N/m^2$, $c_{13} = 3,5846 \times 10^{10} N/m^2$, $c_{33} = 6,4 \times 10^{10} N/m^2$ e $c_{55} = 1,6 \times 10^{10} N/m^2$. Observe o auto grau de anisotropia do meio TI.

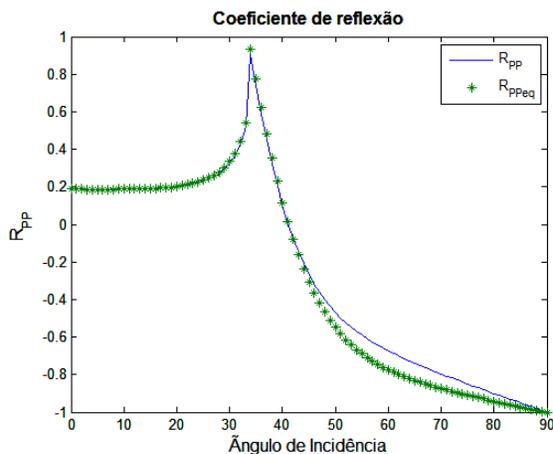


Figura 4 Partes reais dos coeficientes $R_{PP}(\theta)$ e $R_{PPEq}(\theta)$. Observa-se um perfeito ajuste entre os dois coeficientes.

Conclusão

Foram obtidos meios isotrópicos que se comportam de forma quasi-equivalente a meios TI ou ortorrômbicos, em propagação nos seus planos de simetria, com relação à reflexão de ondas P, via um critério de mínimos quadrados, sobre os seus coeficientes de reflexão. Observa-se, a partir destes resultados, que, mesmo para incidência com amplas aberturas angulares e para meios com forte anisotropia, os ajustes se mostraram muito bons, dentro dos limites de precisão das medidas.

Estes resultados permitem as seguintes conclusões: a) apenas com a amplitude da reflexão de ondas P, não é possível o diagnóstico da presença de anisotropia no meio, pelo menos nos casos considerados neste estudo e b) ressalta, ainda, a importância essencial das ondas S para este tipo de diagnóstico. As polarizações transversais destas ondas e o importante fenômeno da

birrefringência tornam-nas fontes de interessantes investigações, no sentido de um melhor entendimento do espalhamento de ondas através de meios anisotrópicos.

Agradecimentos

A UFPa pelo suporte em todos o momentos da pesquisa.

Referências Bibliográficas

- BANIK, N. C. An effective anisotropy parameter in transversely isotropic media. **Geophysics**, v. 52, n. 12, p. 1654-1664, 1987.
- HELBIG, Klaus; SCHOENBERG, Michael. Anomalous polarization of elastic waves in transversely isotropic media. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 81, n. 5, p. 1235-1245, 1987.
- PROTÁZIO, J.S. 1994. *Espalhamento elástico em meios anisotrópicos estratificados*. Belém, Universidade Federal do Pará, Centro de Geociências, Pós-Graduação em Geofísica, 262p. (Tese de Doutorado)
- PROTÁZIO, J. S.; SCHOENBERG, M. Reflection and Transmission of Elastic Plane Waves at the Interface between Anisotropic Media. In: **2nd International Congress of the Brazilian Geophysical Society**. 1991.
- SCHOENBERG, M. 1993. Mild anisotropy or weak anisotropy revisited, a tutorial on effects of anellipticity in two dimensional anisotropy. (Mimeografado).
- SCHOENBERG, Michael; COSTA, Jesse. The Insensitivity of Reflected SH Waves to Anisotropy in an Underlying Layered Medium. **Geophysical prospecting**, v. 39, n. 8, p. 985-1003, 1991.
- SCHOENBERG, Michael; MUIR, Francis. A calculus for finely layered anisotropic media. **Geophysics**, v. 54, n. 5, p. 581-589. 1989.